

矢量 GIS 中定位不确定性的几何图象表达

戴洪磊

(武汉测绘科技大学, 武汉 430070)

吴守荣

陈兰森

(山东矿业学院, 泰安 271019)

(南京空军气象学院, 南京 210000)

摘要 针对矢量 GIS 中点、线和面 3 种基本要素, 在分析随机点的概率密度函数及其图象和反映随机点的定位不确定性的误差区间及误差椭圆的基础上, 详细阐述了基于随机过程和随机场理论所提出的随机线元、面元的概率密度函数及其图象, 从几何图形角度剖析了由于定位不确定性引起的线位误差带和面位误差环的构成机理。

关键词 分布密度函数 点位误差区间 点位误差椭圆 线位误差带 面位误差环 随机过程 随机场

0 引言

GIS 数据质量不确定性的研究是当前国际 GIS 领域亟待解决的基础理论课题之一, 目前国内外许多学者正对这一领域进行广泛而深入的研究, 并提出了许多关于 GIS 数据质量不确定性的数学解析模型和算法^[1,2]。本文针对 GIS 数据质量不确定性中的定位不确定性, 从几何图象角度针对 GIS 中点、线、面三类基本要素, 分析了它们各自的概率密度图象, 详细阐述了其定位不确定性的构成机理, 给出了直观的可视化图形。

1 一维随机点定位不确定性的几何模拟

1.1 一维随机点的概率密度函数及其图象

在矢量 GIS 中, 点是最基本的位置要素, 通常具有随机性, 在一般情况下, 均假定其服从正态分布, 对于一维点 $IP(x_1)$, 其均值为 u_1 , 方差为 σ_1 , 由文献[4]知, 其概率密度函数为:

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_1^2}(x_1 - u_1)^2\right\} \quad (1)$$

一维正态分布密度图象如图 1 所示。

1.2 一维随机点的误差区间

在图 1 中, 用平行于 x_1 轴的一组直线 $f(x_1) =$

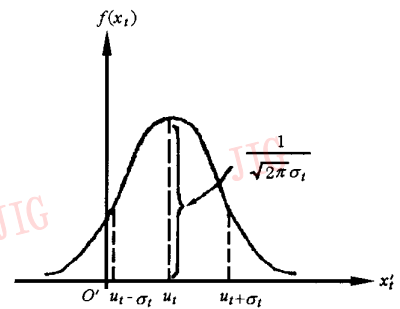


图 1 一维正态分布密度图象

k_1 去截 $f(x_1)$ 曲线, 将交点投影到 x_1 轴上后, 得到一族以 u_1 为对称中心的区间, 不妨设为 $(u_1 - k_1\sigma_1, u_1 + k_1\sigma_1)$, 这里 k_1 为正数, 则区间 $(u_1 - k_1\sigma_1, u_1 + k_1\sigma_1)$ 即为 一维随机点的位置不确定性的几何范围区间, 其中当 $k_1=1$ 时, 称为标准误差区间, 当 $k_1=3$ 时, 称为可靠度误差区间, 此误差区间的函数解析表达式为:

$$y = 0, x_1 \in [u_1 - k_1\sigma_1, u_1 + k_1\sigma_1] \quad (2)$$

2 二维随机点定位不确定性的几何模拟

2.1 二维随机点的概率密度函数及其图象

在测绘学科中, 研究最多的是平面上的点元, 即二维随机点 $IP(x, y)$ 的误差性质。由文献[3]可知, 二维随机点的概率密度函数为:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_{xy}^2)} \times \left[\frac{(x-u_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho_{xy}\frac{(x-u_x)(y-u_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-u_y)^2}{\sigma_y^2}\right]\right\} \quad (3)$$

其概率密度图象如图 2 所示, 它是一维点元概率密度图象的扩展。

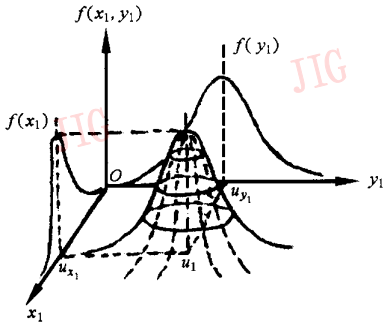


图 2 二维正态分布密度图象

2.2 二维随机点的误差椭圆

对于二维信息点 $IP(x, y)$, 在图 2 中, 用平行于 xoy 的平面 $f(x, y) = k_2$ 截该分布曲线, 并将截线投影到平面 xoy 上, 得到一族中心为 (u_1, u_2) 的椭圆, 其方程为:

$$\frac{(x-u_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho_{xy}\frac{(x-u_x)(y-u_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-u_y)^2}{\sigma_y^2} = k_2^2 \quad (4)$$

当截面参数 k_2 取不同值时, 便得到不同的二维随机点定位不确定性的误差区域, 其中当 $k_2=1$ 时, 称为标准误差椭圆, 当 $k_2=3$ 时, 称为可靠度误差椭圆。在测绘学科中, 常用误差椭圆来直观地再现给用户待定点点位在任意方向上的位差, 它可以较精确地、形象而全面地反映待定点点位在各个方向上的误差分布情况。

3 随机线元定位不确定性的几何模拟

3.1 随机线元的概率密度函数及其图象

在 GIS 中, 作为矢量数据基本要素的平面线段由其两端点的坐标唯一确定, 因线段本身常作为一个基元参与 GIS 操作, 所以常将线段基元作为一个整体来度量其定位不确定性。

图 3 所示为由任意两个服从正态分布的端点 $Z_0(x_0, y_0)$ 和 $Z_1(x_1, y_1)$ 定义的随机线元 Z_0Z_1 , 其中 $Z_t(x_t, y_t)$ 为线元上的任意一点。由线段内比分点公

式, 可得线元上任意点的 $Z_t(x_t, y_t)$ 坐标计算公式为:

$$\begin{cases} x(t) = (1-t)x_0 + tx_1 \\ y(t) = (1-t)y_0 + ty_1 \end{cases} \quad (5)$$

其中 $t = |z_0z_t| / |z_0z_1|$, 即 $t \in [0, 1]$ 。

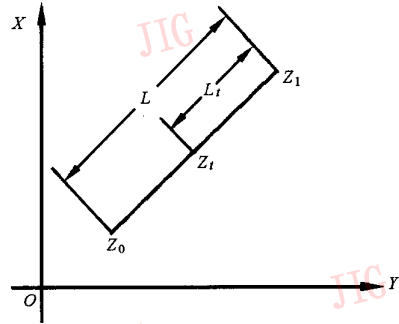


图 3 随机线元 Z_0Z_1

由于 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 均为正态随机变量的线性组合, 故它们必为正态的, 则线元整体 Z_0Z_1 是由 $t \in [0, 1]$ 时的两族无数个正态随机变量 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 组成。再由随机过程的定义知^[4], 随机变量族 $\{X(t), t \in [0, 1]\}$ 和 $\{Y(t), t \in [0, 1]\}$ 是两个具有相同参数集, 即区间 $[0, 1]$ 的随机过程。于是线元整体 $\{Z(t), t \in [0, 1]\}$ 可用二元向量随机过程 $\{Z(t) = (X(t), Y(t)), t \in [0, 1]\}$ 来完整地描述。

线元随机过程 $\{Z(t), t \in [0, 1]\}$ 的分布密度可由随机过程 $\{X(t), t \in [0, 1]\}$ 和 $\{Y(t), t \in [0, 1]\}$ 的联合分布密度来确定, 方程如下:

$$f(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n; t_1, t'_1, t_2, t'_2, \dots, t_n, t'_n) = \frac{1}{(2\pi)^n |\Gamma_{zz}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} (Z - u_z)^T \Gamma_{zz}^{-1} (Z - u_z)\right\} \quad (6)$$

其中 Z, Γ_{zz}, u_z 等参数见文献[1]。显然, 它具有 $2n$ 维正态概率密度形式, 其概率密度图象如图 4 所示, 它是平面点元密度函数图象的扩展。

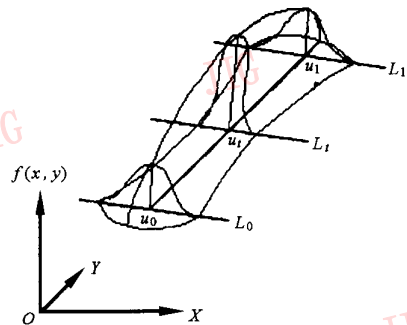


图 4 线元 Z_0Z_1 的分布密度

3.2 线位误差带

相似于一维随机点的误差区间和二维随机点的误差椭圆,用一平行于 x_1ox_2 的平面 $f(x_1, x_2) = k$ 截线元的概率密度图象,并将截线投影到平面 x_1ox_2 上,则截线所构成的区域即为线元误差带,如图5所示。误差带可分为 A, B, C 三个部分,很显然,区域 A 和 C 为线元 Z_0Z_1 在沿线元方向上有偏差时而产生的误差区间部分,区域 B 为线元 Z_0Z_1 在垂直于线元方向上摆动时所形成的误差区间,由 A, B, C 三部分构成的误差带完整地描述了线元的位置不确定性。

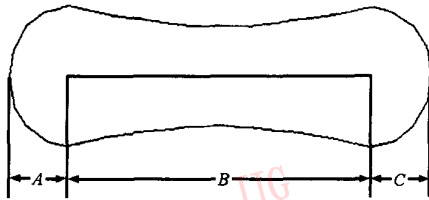


图5 线位误差带 A, B, C 区域

文献[5]和[6]详细地给出了线位误差带边界曲线的解析表达式和可视化图形解释。在截面方程 k_3 中取不同值时,便得到随机线元不同的位置不确定性的误差带,其中当 $k_3 = 1$ 时,称为标准误差带,当

$$\begin{aligned}
 & f(x_{11}, y_{11}, x_{12}, y_{12}, \dots, x_{1(m-1)}, y_{1(m-1)}, x_{21}, y_{21}, \dots, x_{2(m-1)}, y_{2(m-1)}, x_{31}, y_{31}, \dots, x_{3(m-1)}, y_{3(m-1)}, \dots, x_{n1}, \\
 & y_{n1}, \dots, x_{n(m-1)}, y_{n(m-1)}, x_{11}, y_{11}; t_{11}, t'_{11}, t_{12}, t'_{12}, \dots, t_{1(m-1)}, t'_{1(m-1)}, t_{21}, t'_{21}, \dots, t_{2(m-1)}, t'_{2(m-1)}, \\
 & t_{31}, t'_{31}, \dots, t_{3(m-1)}, t'_{3(m-1)}, \dots, t_{n1}, t'_{n1}, \dots, t_{n(m-1)}, t'_{n(m-1)}, t_{11}, t'_{11}) \\
 & = \frac{1}{(2\pi)^{n^2} |\Gamma_{z'z'}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z' - u_z)^T \Gamma_{z'z'}^{-1} (z' - u_z) \right\} \quad (7)
 \end{aligned}$$

其中 Z, Γ_{zz}, u_z 等参数见文献[5], m 代表面元每一条边界线上的无数个连续点, n 为面元的边数。分布密度(7)不仅刻画了面元 $B(u)$ 上对应于每一个随机过程 $Z(t_i)$ 的统计规律性,而且也描述了各个线元随机过程 $Z(t_i)$ 及它们之间的相依性,因而完整地描述了面元 $B(u)$ 的统计特性。由(7)式可知,面元 $B(u)$ 随机场具有 $2n^2$ 维正态分布密度形式,其概率密度函数图象如图6所示。显然,它是平面线元密度函数图象的扩展。

4.2 面元误差环

仿线元误差带的构成,用一平行于 xoy 的平面 $f(x, y) = k_4$ 截面元的概率密度图象,并将截线投影到平面 xoy 上,则截线所构成的区域即为面元误差环,如图7所示。由面元误差环的形成可知,它是由

$k_3 = 3$ 时,称为可靠度误差带,它反映了线元整体在沿线元方向上移动和在垂直于线元方向上摆动时所引起的位置不确定性情况。

4 随机面元定位不确定性的几何模拟

4.1 随机面元的概率密度函数及其图象

在GIS中,面要素是指由边界线围成的面域,由于边界线要素存在定位误差,从而导致了面要素的定位误差,在不考虑属性误差的前提下,面要素的定位不确定性可由边界线要素的定位不确定性唯一决定。由以上推导可知,单一线元服从参数单一的随机过程。对于图6中,由 n 个顶点 $Z_1(x_1, y_1), \dots, Z_n(x_n, y_n)$ 组成的 n 边形面元 $B(u)$,其 n 条边界线构成了 n 维随机过程。由随机场的定义知,随机场是多维随机过程在自变量为空间坐标连续变化情况下的自然推广^[4],则面元 $B(u)$ 是由 n 条边的 n 维随机过程组成的随机场。在面元的每一条边界线均为正态随机过程的情况下,整个面元 $B(u)$ 构成了一正态随机场,其概率密度函数为:

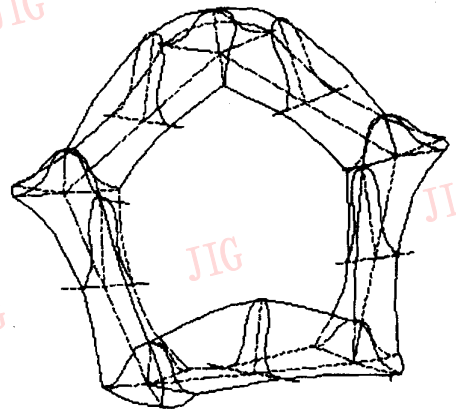


图6 面元 $B(u)$ 的分布密度

面元各边界线的误差带相互叠加而成,其边界曲线方程也为分段函数,文献[5]推求出分段方程如下:

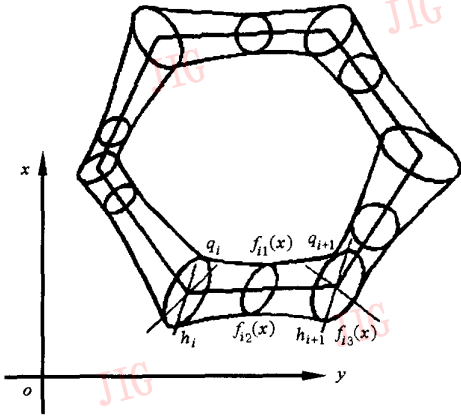


图 7 面位误差环边界曲线方程

$$f_{1i}(y) : \begin{cases} x = x_i + X''_i \cos \theta_i + Y''_i \sin \theta_i \\ y = y_i + X''_i \sin \theta_i + Y''_i \cos \theta_i \\ x_{c_{i-1}} \leq x \leq x_{c_i} \\ y_{c_{i-1}} \leq y \leq y_{c_i} \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\begin{cases} X''_i = k_4 \sqrt{A_i^2 c_i} \\ Y''_i = b_i k_4 \sqrt{\frac{A_i^2}{c_i}}, 0 \leq t \leq 1, i = 1 \dots n. \end{cases}$

$$f_{2i}(y) : \begin{cases} x = x_i + X''_i \cos \theta_i + Y''_i \sin \theta_i \\ y = y_i - X''_i \sin \theta_i + Y''_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\begin{cases} X''_i = -k_4 \sqrt{A_i^2 c_i} \\ Y''_i = b_i k_4 \sqrt{\frac{A_i^2}{c_i}}, 0 \leq t \leq 1, i = 1 \dots n. \end{cases}$

$$f_{3i}(y) : \begin{cases} a_i [f_{3i}(y) - x_0]^2 + 2b_i [f_{3i}(y) - x_i] \times \\ (y - y_i) + c_i (y - y_i)^2 = k_4^2 B_i^2 \\ y_i + k_i (x - x_i) \leq y \leq y_i + k_{i+1} (x - x_i) \end{cases}$$

在顶点 Z_i 上 (10)

其中 a, b, c, θ, A, B, k 等参数见文献[5]。 k_4 为正数, 其中当 $k_4=1$ 时, 称为标准误差环, 当 $k_4=3$ 时, 称为可靠度误差环, 误差环反映了面元整体沿各个方



吴守荣 山东矿业学院系统工程研究所副教授, 获天津大学系统工程专业硕士。长期从事系统工程及计算机应用教学与研究。

向上有偏差时所引起的面元整体的位置不确定性。

5 结 论

矢量 GIS 中三类基本要素点、线和面的定位不确定性是由于它们在各个方向上有偏差造成的, 本文侧重于从图形角度阐明定位不确定性的几何构成机理, 直观地再现出点、线、面各自的定位不确定性的影响范围及误差分布情况, 有利于用户作出正确的决策分析。有关定位不确定性的数据精度评估模型和多源数据配准的算法及应用见文献[5-8]。

参 考 文 献

- 1 刘文宝. GIS 空间数据的不确定性理论[学位论文]. 武汉: 武汉测绘科技大学, 1995.
- 2 Shi Wenzhong. Modelling positional and thematic uncertainties in integration of remote sensing and GIS. ITC Publication Number 22, 1994.
- 3 周概容. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 1984.
- 4 申鼎焯. 随机过程. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990.
- 5 戴洪磊. 矢量 GIS 中位置不确定性的度量 and 传播[学位论文]. 泰安: 山东矿业学院, 1998.
- 6 戴洪磊等. GIS 中平面线位误差带边界的解析表达. 测绘学报, 1998, 27(3).
- 7 戴洪磊等. GIS 中平面线位误差带的可视化表达. 中国图象图形学报, 1999, 4(3): 256~260.
- 8 戴洪磊等. GIS 叠置前后同名线元的方差估计. 武汉测绘科技大学学报, 1998, 23(1): 14~17.



戴洪磊 武汉测绘科技大学测绘遥感信息工程国家重点实验室博士研究生。主要从事 GIS 数据质量和图象处理等方面的研究工作。

陈兰森 1992 年、1999 年于山东矿业学院分别获学士、硕士学位。现主要从事项目管理及计算机综合应用研究工作。

Geometric Image Display of Positional Uncertainty in Vector GIS

Dai Honglei

(Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, Wuhan 430070)

Wu Shourong

(Shandong Mining Institute, Tai'an 271019)

Chen Lansen

(The Meteorology Institute of Nanjing Air Force, Nanjing 210000)

Abstract This paper aims at the random point, line and surface in vector GIS, based on the analysis of the point's probability density function, image and the error interval, error ellipse which are induced by positional uncertainty, elaborates the random line's, surface's probability density functions and images by means of the stochastic process and random field theory, presents the proper reasons of the line's error band and surface's error donut. The visual figures according to different conditions are given.

Keywords Distribution density function, Point's error interval, Point's error ellipse, Line's error band, Surface's error donut, Stochastic process, Random field

LinkPAC 软件使虚拟演播室利用 外部参数达到动画效果

1999年10月20日,益世电脑公司宣布其 LinkPAC 软件,即针对其获奖产品 MindSet™ 虚拟演播室系统开发的、具有可选择性能的软件,现在已成为 FuseBox 4.0 升级版本的一部分。益世公司的 MindSet 系统自 1997 年以来被世界各地的电视台和制作部广泛采用,该系统使用户能够通过操作灵活、成本低廉的方式制作富有创造性的节目,包括新闻与天气、艺术与娱乐、访谈、教育、竞赛表演和联合培训等。

LinkPAC,具有可选择的 MindSet 性能,允许用户在一个虚拟演播室内生成数据显示和动画效果,因此所显示的物体及其运动可以直接链接到由外部应用软件提供的数据库中。通过使用 LinkPAC,用户能简单而迅速地建立链接来控制特体的显示效果以适应他们对实况转播的特殊播送要求。上述功能使节目制作者能够采用更有趣的格式显示局部信息,节目推荐者也可以实时增删或修改有关资料。而诸如选举结果、比赛结果或天气预报等有关资料,能够自动通过远方的网络计算机进行存取并显示出原文,或用于在虚拟环境中对实时三维动画效果进行控制。因为资料库是用标准的基于 COM 的应用程序来控制,例如微软的 Excel 软件,所以使用 LinkPAC 无需具备计算机专门技术。

MinSet 的 LinkPAC 效果已经应用于实况转播。今年 7 月,英国 Sky 广播电视有限公司曾使用 MindSet LinkPAC 实况转播欧洲的议会选举。在此次转播中,公布选举结果的便捷方式、对于选举进程的转播以及在虚拟选举直播室中结合动感图解柱状图的转播形式都是空前的。Sky 公司新闻制作部负责人 Paul Vickerage 指出:“MindSet 虚拟演播室系统经过简单的预演后非常易于使用。”益世公司数字演播室部总经理 Keith Trickett 说:“对于益世公司设计人员而言,在电视实况转播环境中能轻松运用 MindSet 系统,一直是他们的主要目标。Sky 公司在进行现场报道时对 MindSet 系统的运用能力表明设计者已经成功地达到了这个目标。”